Le système international (SI)

Le système international d'unités est construit autour de sept unités qui correspondent à sept grandeurs fondamentales différentes définies chacune par une dimension.

Grandeur	Dimension	Unité
Longueur	L	Mètre (m)
Temps	T	Seconde (s)
Masse	M	Kilogramme (kg)
Intensité électrique	I	Ampère (A)
Température	θ	Kelvin (K)
Intensité lumineuse	J	Candela (cd)
Concentration molaire	N	Mole (mol)

Toutes les autres unités (Newton, Joule, Watt, m^2…) sont appelées unités « dérivées » et peuvent être exprimées en unités de base du système international.

Equation aux dimensions

En toute rigueur, si l'on veut déterminer l'unité SI d'une grandeur dérivée ou vérifier l'homogénéité d'une relation, il faut réaliser une équation aux dimensions.

Pour cela, il faut déterminer la dimension de chaque terme de la relation, puis réaliser les simplifications éventuelles afin de trouver la dimension de la grandeur dérivée, ou vérifier que la dimension finale est la même que celle attendue.

***Exemple 1 :** Quelle est l'unité SI correspondant au Newton ?*

D'après la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \times \frac{d\vec{v}}{dt}$

- $\vec{F}$ s'exprime en Newton (N)
- m s'exprime en kilogramme (kg) et a pour dimension $[M]$
- $d\vec{v}$ s'exprime en mètre par seconde $(m.s^{-1})$ et a pour dimension $[L].[T]^{-1}$
- dt s'exprime en seconde (s) et a pour dimension $[T]$

D'après la relation, on obtient pour dimension : $[M] \times \frac{[L].[T]^{-1}}{[T]} = [M] \times [L] \times [T]^{-2}$.

On en déduit ainsi facilement l'unité SI pour le Newton : $1\ N = 1\ kg.m.s^{-2}$

***Exemple 2 :** Vérifier l'homogénéité de l'expression de la période de révolution d'un satellite autour de la Terre*

D'après la relation : $T = 2\pi \times \sqrt{\frac{r^3}{G \times M_T}}$

- T s'exprime en seconde (s) et a pour dimension $[T]$
- 2π est un nombre, donc sans dimension
- r s'exprime en mètre (m) et a pour dimension $[L]$
- M_T s'exprime en kilogramme (kg) et a pour dimension $[M]$
- G s'exprime en $(m^3.kg^{-1}.s^{-2})$ et a pour dimension $[L]^3.[M]^{-1}.[T]^{-2}$

Vérifions l'homogénéité du terme de droite : $\left(\frac{[L]^3}{[M]\times[L]^3.[M]^{-1}.[T]^{-2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{[T]^{-2}}\right)^{\frac{1}{2}} = ([T]^2)^{\frac{1}{2}} = [T]$

On retrouve la dimension d'un temps, la relation est donc bien homogène.

Simplification

Même si cela est moins rigoureux, un raisonnement en terme d'unités uniquement peut être accepté le jour de l'examen, surtout s'il s'agît de vérifier l'homogénéité d'une relation.

***Rappel :** si une relation n'est pas homogène, elle est fausse. Il est donc très important de réaliser ces analyses dimensionnelles afin de déceler une erreur et de la corriger.*